

数 学 ②

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 III ・ 数学 A ・ 数学 B ・ 数学 C)

試験時間 120 分

理学部, 医学部(保健学科放射線技術科学専攻, 検査技術科学専攻),
薬学部, 工学部, 情報融合学環(理系型)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の 2 箇所受験番号を必ず記入しなさい。
なお, 解答紙には, 必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は, 必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後, この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は, 適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後, 解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後, この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 正の整数 n に対して、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \begin{cases} n^2 - 1 & (n \text{ が奇数のとき}) \\ \frac{1}{2}n^2 - n & (n \text{ が偶数のとき}) \end{cases}$$

で定める。 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とするとき、以下の問いに答えよ。

- (問 1) S_5 と S_6 をそれぞれ求めよ。
(問 2) S_{2n-1} と S_{2n} をそれぞれ n を用いて表せ。
(問 3) $\sum_{\ell=1}^{2n} S_\ell$ を n を用いて表せ。

2 座標空間に 2 点 $O(0, 0, 0)$, $A(4, -4, 2)$ がある。 k を正の実数 (ただし, $k \neq 1$) とし、点 P が $|\overrightarrow{OP}| = k|\overrightarrow{AP}|$ を満たして動くとき、以下の問いに答えよ。

- (問 1) $k = 2$ のとき、点 P が描く図形の方程式を求めよ。
(問 2) $k = 2$ のとき、 $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値を求めよ。
(問 3) $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値が 1 となるような k の値を求めよ。

3 最高次の係数が1である2つの3次関数 $f(x)$ と $g(x)$ は、次の条件(i)と(ii)を満たすとする。

(i) $g(2) = 0$

(ii) $k = 2, 3, 4, 5$ に対して、 $\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x)}{g(x)} = (k - 2)(k - 3)$

以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(x)$ と $g(x)$ をそれぞれ求めよ。

(問 2) $\int_4^5 \frac{g(x)}{f(x)} dx$ を求めよ。

4 m を2以上の整数として、毎回 $\frac{1}{m}$ の確率で当たりの出るくじを n 回引く。このとき、1回も当たりを引かない確率を $p_{m,n}$ とする。以下の問いに答えよ。ただし、

$$0.30102 < \log_{10} 2 < 0.30103, \quad 0.47712 < \log_{10} 3 < 0.47713$$

であることを用いてよい。

(問 1) $p_{m,n}$ を m, n を用いて表せ。

(問 2) $p_{25,n} < 0.1$ となる最小の n を求めよ。

(問 3) $\lim_{m \rightarrow \infty} p_{m,2m}$ を求めよ。ただし、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = e$ (自然対数の底) を用いてよい。