

数 学 ①

(数学 I ・ 数学 II ・ 数学 A ・ 数学 B ・ 数学 C)

試験時間 120 分

教育学部, 医学部(保健学科看護学専攻)
情報融合学環(文系型), 共創学環

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の 2 箇所受験番号を必ず記入しなさい。
なお, 解答紙には, 必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は, 必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後, この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は, 適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後, 解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後, この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 時刻 0 秒のときコマが座標平面上の点 $(0, 2)$ 上にあり, その後 1 秒ごとにコマは次の規則に従って座標平面上を移動する。

- コマが点 (x, y) ($0 \leq x < 2$ かつ $0 < y \leq 2$) の上にあるとき, $\frac{2}{3}$ の確率で点 $(x+1, y)$ に移動し, $\frac{1}{3}$ の確率で点 $(x, y-1)$ に移動する。
- コマが点 $(2, y)$ ($0 < y \leq 2$) の上にあるとき, 必ず点 $(2, y-1)$ に移動する。
- コマが点 $(x, 0)$ ($0 \leq x < 2$) の上にあるとき, 必ず点 $(x+1, 0)$ に移動する。

こうして, 4 秒後にコマは点 $(2, 0)$ に到達する。時刻 i 秒 (i は $0 \leq i \leq 4$ を満たす整数) におけるコマの位置を表す点を P_i とし, 線分 $P_i P_{i+1}$ ($0 \leq i \leq 3$) を結んでできる折れ線と x 軸および y 軸で囲まれる部分の面積を S とする。以下の問いに答えよ。

- (問 1) $S = 0$ となる確率を求めよ。
(問 2) $S = 2$ となる確率を求めよ。
(問 3) S の期待値を求めよ。

2 $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ とし, $-2 < c < 0$ とする。 $a_1 = c$ とし, 座標平面上の点 $(a_1, f(a_1))$ を中心とする x 軸に接する円を C_1 とする。2 以上の自然数 n に対し, 円 C_n を円 C_{n-1} を用いて次のように定める。

円 C_n は曲線 $y = f(x)$ 上に中心を持ち, 円 C_{n-1} と x 軸に同時に接する。

ただし, 円 C_n の中心の x 座標 a_n は, 円 C_{n-1} の中心の x 座標 a_{n-1} より大きいとする。

以下の問いに答えよ。

- (問 1) $(a_{n-1} - a_n)^2 = \frac{1}{4} (a_{n-1} a_n)^2$ を示せ。
(問 2) $-2 < a_n < 0$ が成り立つことを示せ。
(問 3) $b_n = \frac{1}{a_n}$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
(問 4) a_n を c と n を用いて表せ。

3 座標空間に2点 $O(0, 0, 0)$, $A(4, -4, 2)$ がある。 k を正の実数 (ただし, $k \neq 1$) とし, 点 P が $|\overrightarrow{OP}| = k|\overrightarrow{AP}|$ を満たして動くとき, 以下の問いに答えよ。

(問 1) $k = 2$ のとき, 点 P が描く図形の方程式を求めよ。

(問 2) $k = 2$ のとき, $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値を求めよ。

(問 3) $|\overrightarrow{OP}|$ の最小値が 1 となるような k の値を求めよ。

4 座標平面上の直線 $y = x - \frac{3}{4}$ を l とし, 曲線 $y = |x^2 - 4x + 3|$ を C とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 曲線 C の概形を座標平面上に図示せよ。

(問 2) 直線 l と曲線 C の共有点の個数を求めよ。

(問 3) 直線 l と曲線 C の共有点の x 座標のうち最小のものを α , 最大のものを β とおく。

このとき, $\beta^2 - \alpha^2$ および $\beta^3 - \alpha^3$ の値をそれぞれ求めよ。

(問 4) 直線 l と曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ。