

1 解答例

- (1) θ が 30° と 60° のときについて、それぞれの力を分解して

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{mg}{2} \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{mg}{2} \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} mg \text{ [N]} \\ F_1 &= \frac{mg}{2} \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{mg}{2} \frac{2}{1} = mg \text{ [N]} \end{aligned}$$

- (2) 重りが床の上にあるとき、 $\theta = 30^\circ$ なので、滑車の床からの高さは $\sqrt{3}w$ である。重りの高さで滑車の高さの差は $\frac{w}{\tan \theta}$ なので、重りの床からの高さは $\sqrt{3}w - \frac{w}{\tan \theta}$ となる。従って、 $\theta = 30^\circ$ に対して、

$$U_1 = mg \left(\sqrt{3}w - \frac{w}{\tan 30^\circ} \right) = mg \left(\sqrt{3}w - \frac{w}{\frac{1}{\sqrt{3}}} \right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} mgw \text{ [J]}$$

- (3) 与えられた条件より $\theta = 45^\circ$ が求まるので、

$$U_1 = mg \left(\sqrt{3}w - \frac{w}{\tan 45^\circ} \right) = mg \left(\sqrt{3}w - w \right) = (\sqrt{3} - 1) mgw \text{ [J]}$$

- (4) 初期のロープの長さは $2w$ 、ロープを引っ張り $\theta = 60^\circ$ になったときの長さは $\frac{2\sqrt{3}}{3}w$ となる。従って、ロープの変化量は

$$s_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}w - 2w = -\frac{2}{3}(3 - \sqrt{3})w \text{ [m]}$$

ただし、変化量の大きさを考えて

$$s_1 = \frac{2}{3}(3 - \sqrt{3})w \text{ [m]}$$

も正解。

- (5) 重りの上昇する速さは $\frac{v_1}{\cos 60^\circ} = 2v_1$ なので、重りの運動エネルギー K_1 は、

$$K_1 = \frac{1}{2} m (2v_1)^2 = 2mv_1^2 \text{ [J]}$$

力学的エネルギー E_1 は、問2の位置エネルギー U_1 を足し合わせることで、

$$E_1 = 2mv_1^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3} mgw \text{ [J]}$$

2 解答例

(1) キルヒホッフの法則から

$$R_3 I_1 - R_4 I_2 = 0$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = 0$$

なので、

$$\underline{R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2} [\Omega]}$$

(2) $0[^\circ\text{C}]$ のときの抵抗値 R_0 は、

$$R_0 = \rho \frac{L}{S} [\Omega]$$

$T[^\circ\text{C}]$ のときの抵抗値 R は、

$$\underline{R = (1 + \alpha T) \rho \frac{L}{S} [\Omega]}$$

これらから T について解くと、

$$\underline{T = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R}{R_0} - 1 \right) [^\circ\text{C}]}$$

(3) 問1で求めたブリッジ平衡条件より、

$$\frac{R_3}{2r + R} = \frac{R_1}{R_2}$$

なので、

$$\underline{R = \frac{R_2 R_3}{R_1} - 2r [\Omega]}$$

(4) 問2, 3 より、

$$\underline{T_1 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_2 R_3}{R_0 R_1} - \frac{2r}{R_0} - 1 \right) [^\circ\text{C}]}$$

(5) ブリッジ平衡条件より、

$$\frac{r + R_3}{r + R} = \frac{R_1}{R_2}$$

なので、

$$\underline{R = \frac{R_2}{R_1} (r + R_3) - 2r [\Omega]}$$

$$\underline{T_2 = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{R_2}{R_0 R_1} (r + R_3) - \frac{r}{R_0} - 1 \right] [^\circ\text{C}]}$$

(6) (答) 図3の回路

(理由) $\underline{R_1 = R_2}$ とすることで、図3の回路を用いると

$$\underline{T_2 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_3}{R_0} - 1 \right) [^\circ\text{C}]}$$

となり、 r に依らない計算で温度を求めることができるため。

3 解答例

(1)

$$\frac{hc}{\lambda_0}$$

(2) 問 1 の解答より、

$$\frac{hc}{\lambda_0} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$$

(3)

$$\frac{h}{\lambda_0}$$

(4) 問 3 の解答より、

$$\begin{aligned} \frac{h}{\lambda_0} &= \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + mv \cos \theta : x \text{ 方向} \\ 0 &= \frac{h}{\lambda'} \sin \phi - mv \sin \theta : y \text{ 方向} \end{aligned}$$

(5) 問 4 の運動量保存の式を θ と ϕ に分離し、2 乗和をとると

$$h^2 \left[\frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - 2 \frac{1}{\lambda_0 \lambda'} \cos \phi \right] = m^2 v^2$$

また、問 2 の解答より、両辺に質量 m をかけて、

$$m^2 v^2 = 2mhc \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda'} \right)$$

これらより $m^2 v^2$ を消去し、両辺に $\frac{\lambda_0 \lambda'}{mhc}$ をかけて近似式を用いると、

$$2(\lambda' - \lambda_0) = \frac{h}{mc} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda'} + \frac{\lambda'}{\lambda_0} - 2 \cos \phi \right) \simeq 2 \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

$$\therefore \Delta \lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

(6) 図 1 の配置から、 $\alpha = \phi = 90^\circ$ である。これを問 5 の解答に入れると、

$$\lambda' = \lambda_0 + \frac{h}{mc} \simeq 7.33 \times 10^{-11} [\text{m}] \left(= 0.0733 [\text{nm}] \right)$$