令 和 7 年 度(前期日程)
入学者選抜学力検査問題

数　　　学　③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B・数学C)

試 験 時 間　120 分

医学部(医学科)

問　題	ページ
$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$	1 ～ 2

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
2. **各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。**
   なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
3. **解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい**。また**裏面は採点の対象としません**。
4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 　平面上の 4 点 A，B，C，D について，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| = p > 0$，$|\overrightarrow{\mathrm{AD}}| = q > 0$，$\angle \mathrm{DAB} = \theta\ (0 < \theta < \pi)$ とする。以下の問いに答えよ。

(問 1)　不等式 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{BC}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{CD}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{DA}}|^2 \geqq |\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{BD}}|^2$ を証明せよ。

(問 2)　(問 1)で等号が成り立つとき，四角形 ABCD の面積を p，q，θ を用いて表せ。

2 　α を 0 ではない複素数とする。$z = \dfrac{\sqrt{6}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ とおき，$\beta = z\alpha$，$\gamma = z^2\alpha$ とおく。0，α，β，γ はそれぞれ複素数平面上の点 O，A，B，C を表すとする。ただし，i は虚数単位である。以下の問いに答えよ。

(問 1)　$\angle$BOC を求めよ。

(問 2)　複素数 δ に対し，δ が表す複素数平面上の点を D とするとき，線分 BD の垂直二等分線は A，C を通るとする。このような δ を α を用いて表せ。

(問 3)　$0 < \theta < \pi$ とする。点 D を，点 C を中心に θ だけ回転した点が B であるとする。このとき $\sin\theta$ を求めよ。

3 xyz 空間において，5 点 A$(3, 0, 0)$，B$(0, 3, 0)$，C$(0, -3, 0)$，D$(3, 0, 3)$，P$(0, 0, 1)$をとる。点 P を通り x 軸に平行な直線を ℓ とする。四面体 ABCD を ℓ の周りに 1 回転させるとき，この四面体が通過する部分の体積 V を求めよ。ただし，四面体は内部も含むものとする。

4 実数 $p > 1$ と正の整数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} k^p$$

とおく。以下の問いに答えよ。

(問 1) $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{S_n}{n^{p+1}}$ を求めよ。

(問 2) $0 \leqq \alpha < \beta$ とする。点(α, α^p)における $y = x^p$ の接線の方程式を求めよ。また，不等式

$$\frac{1}{2}(\beta - \alpha)\{2\alpha^p + p(\beta - \alpha)\alpha^{p-1}\} \leqq \int_{\alpha}^{\beta} x^p\,dx \leqq \frac{1}{2}(\beta - \alpha)(\beta^p + \alpha^p)$$

を証明せよ。

(問 3) (問 1)で求めた値を c とおく。$\displaystyle\lim_{n \to \infty} \frac{S_n - cn^{p+1}}{n^p}$ を求めよ。