

数 学 ①

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学A・数学B・数学C)

試験時間 120 分

教育学部，医学部(保健学科看護学専攻)
情報融合学環(文系型)

問 題	ページ
① ～ ④	1 ～ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の 2 箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお，解答紙には，必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は，必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後，この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば，手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は，適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後，解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後，この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 n を正の整数とする。放物線 $y = x^2 + 2x + 1$ を C とし、直線 $y = (2n + 3)x$ を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) C と ℓ の共有点の個数は 2 個であることを示せ。

(問 2) C と ℓ の共有点の x 座標を α, β とする。ただし $\alpha < \beta$ とする。 $C, x = \alpha, x = \beta, x$ 軸で囲まれた図形の面積を S とする。 $\frac{S}{\beta - \alpha}$ を n を用いて表せ。

(問 3) (問 2) で求めた数を a_n とする。 $m \geq 1$ のとき、 $\sum_{n=1}^m a_n$ を求めよ。

2 座標平面上で x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点 P を考える。

1. 最初に点 P は原点 O にある。
2. ある時刻で点 P が格子点 (x, y) にあるとき、その 1 秒後には $(x + 1, y)$ または $(x, y + 1)$ へ動く。

格子点上に $A(m, 0), B(m, n)$ を取る。ただし、 m, n は正の整数である。最初から k 秒後に、端点 A, B を含む線分 AB 上に点 P が初めて達するまでの P の動き方の総数を a_k とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) $m = 3, n = 4$ のとき、 a_7 を求めよ。

(問 2) $m \leq k \leq m + n$ に対して a_k を求めよ。

(問 3) 等式 $\sum_{k=m}^{m+n} a_k = {}_{m+n}C_m$ が成り立つことを示せ。

3 xyz 空間内の平面 α は 2 点 $A(-1, 3, 1)$, $B(1, 5, 0)$ を通り x 軸と交わるものとする。 α と x 軸の交点を C とする。原点 O から平面 α に下した垂線 OH の長さは 3 とする。ただし、点 H の x 座標, y 座標, z 座標はいずれも整数とする。以下の問いに答えよ。

- (問 1) 点 H の座標を求めよ。
- (問 2) 点 C の座標を求めよ。
- (問 3) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (問 4) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ。

4 関数 $y = |x^2 - (a + 1)x + a|$ のグラフを C とし、直線 $y = x - a$ を ℓ とする。ただし、 $a \leq 1$ とする。以下の問いに答えよ。

- (問 1) C と ℓ の共有点の x 座標を求めよ。
- (問 2) C と ℓ で囲まれる図形の面積 $S(a)$ を求めよ。
- (問 3) (問 2) で求めた $S(a)$ の最小値を求めよ。