

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 n を 3 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて、出た目の数の積をとる。積が 60 となる確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) p_3 を求めよ。

(問 2) $n \geq 4$ のとき、 p_n を求めよ。

(問 3) $n \geq 4$ とする。出た目の数の積が n 回目にはじめて 60 となる確率を求めよ。

2 原点を O とする座標平面上に 3 点 A, B, C がある。 $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{w}$ とおく。
 $\vec{e}_1 = (1, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1)$ とするとき、3 つのベクトル \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} は

$$\begin{cases} \vec{u} = -\vec{e}_1, \\ \vec{v} \cdot \vec{e}_1 = 4, & |\vec{v}| = 2\sqrt{5}, & \vec{v} \cdot \vec{e}_2 < 0, \\ \vec{w} \cdot \vec{e}_1 = 8, & |\vec{w}| = 8\sqrt{2}, & \vec{w} \cdot \vec{e}_2 > 0 \end{cases}$$

を満たすとする。ただし、 $|\vec{x}|$ はベクトル \vec{x} の大きさを表し、 $\vec{x} \cdot \vec{y}$ は 2 つのベクトル \vec{x} と \vec{y} の内積を表す。以下の問いに答えよ。

(問 1) 3 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ。

(問 2) 3 点 A, B, C を通る円の方程式を求めよ。

(問 3) 3 点 A, B, C を通る円の中心を P とするとき、 $\triangle ABC$ の面積と $\triangle ABP$ の面積の比を求めよ。

3 xy 平面上に点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ をとり, θ が $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとする。点 A は y 軸上の点で, y 座標が負であり, $AP = 2$ を満たす。点 Q は $\overrightarrow{AQ} = 4\overrightarrow{AP}$ を満たす点とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 点 Q の座標を θ を用いて表せ。

(問 2) 点 Q の x 座標の最大値と最小値および y 座標の最大値と最小値をそれぞれ求めよ。

(問 3) 点 Q の軌跡と y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4 平面上の 2 つの円が直交するとは, 2 つの円が 2 点で交わり, 各交点において 2 つの円の接線が互いに直交することである。以下の問いに答えよ。

(問 1) C_1, C_2 は半径がそれぞれ r_1, r_2 の円とする。 C_1 の中心と C_2 の中心の間の距離を d とする。 C_1 と C_2 が直交するための必要十分条件を d, r_1, r_2 の関係式で表せ。

(問 2) p, r_1, r_2 は $p > r_1 + r_2, r_1 > 0, r_2 > 0$ を満たす実数とする。座標平面上において, 原点 O を中心とする半径 r_1 の円を C_1 , 点 $(p, 0)$ を中心とする半径 r_2 の円を C_2 とする。 C_1 と C_2 のいずれにも直交する円の中心の軌跡を求めよ。

(問 3) 互いに外部にある 3 つの円の中心が一直線上にないとき, それら 3 つの円のいずれにも直交する円がただ 1 つ存在することを示せ。