

# 数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④ .....	1 ~ 2

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
  2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。  
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
  3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
  4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
  5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
  6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
  7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

**1**  $a$  を実数とし、座標空間の点  $P_1(a, 0, 0)$ ,  $P_2(a+1, 0, 0)$ ,  $Q(0, 1, 0)$ ,  $R(0, 0, 3)$  を考える。 $G_1, G_2$  をそれぞれ  $\triangle P_1QR, \triangle P_2QR$  の重心とする。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $P_1, P_2$  を通る直線と、 $G_1, G_2$  を通る直線は平行であることを示せ。

(問 2) 四角形  $P_1P_2G_2G_1$  の面積を求めよ。

(問 3) 四角形  $P_1P_2G_2G_1$  を底面とする四角錐  $Q-P_1P_2G_2G_1$  の体積を求めよ。

**2** 関数  $f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2}}$  について、以下の問いに答えよ。

(問 1)  $f(x)$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) の最大値を求めよ。

(問 2)  $0 \leq x \leq 1$  において、 $f(x) \geq \sqrt{2}x$  となることを示せ。

(問 3) 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = \int_0^1 \{f(x)\}^n dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$  の値を求めよ。ただし、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{n} = 0$  を用いてよい。

**3**  $p$  を正の実数とする。曲線  $y = \sin x$  ( $x > 0$ ) の接線で点  $(-p, 0)$  を通るものをすべて考え、それらの接点の  $x$  座標を小さい方から順に  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(問 1)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $\tan a_n = a_n + p$  が成り立つことを示せ。

(問 2)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $a_{n+1} - a_n > \pi$  が成り立つことを示せ。

(問 3)  $a_1 = \frac{\pi}{3}$  のとき、 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $\tan a_{n+1} > n\pi + \sqrt{3}$  が成り立つことを示せ。

**4** 以下の問いに答えよ。

(問 1)  $m \leq n$  であって、 $mn + 2 = {}_{m+n}C_m$  を満たす正の整数の組  $(m, n)$  を 1 つ求めよ。

(問 2)  $m \leq n$  であって、 $mn + 2 = {}_{m+n}C_m$  を満たす正の整数の組  $(m, n)$  は、(問 1) で求めた組に限ることを示せ。