

数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

| 問 題 | ページ |
|-------------|-------|
| ① ~ ④ | 1 ~ 2 |

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

- 1 空間の点 O を通らない平面 α をとる。 α 上の 3 点 A, B, C は三角形をなすとし、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。 k を 1 より大きい定数とする。直線 ℓ は媒介変数 t を用いて

$$\frac{k}{3}(\vec{b} + 2\vec{c}) + \frac{tk}{3}(2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c})$$

と表せるとする。 ℓ 上を点 X が動くとき、2 点 O, X を通る直線と平面 α の交点 Y の軌跡を m とする。

(問 1) $\triangle ABC$ の各辺と m との交点の個数をそれぞれ求めよ。また、交点がある場合、各交点 Z について、 \overrightarrow{OZ} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いてそれぞれ表せ。

(問 2) A, B の中点を D とする。 ℓ を含み α に平行な平面を β とし、 O, D を通る直線と平面 β の交点を E とする。点 O と m 上の点 Y を通る直線は 2 点 E, C を通る直線と交点をもつとし、その交点を F とする。このとき、 \overrightarrow{OF} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ および k を用いて表せ。

- 2 複素数 w は実部、虚部ともに正であるとする。相異なる複素数 α, β, γ は

$$\{(w+2)\alpha\}^2 + (w\beta)^2 - (2\gamma)^2 = 4(w+2)\alpha^2 + 2w^2\alpha\beta - 8\alpha\gamma$$

を満たすとする。 α, β, γ を表す複素数平面上の点をそれぞれ A, B, C とする。

(問 1) $\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$ の偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) のとりうる範囲を求めよ。

(問 2) $\triangle ABC$ が正三角形であるときの w の値を求めよ。

(問 3) $\triangle ABC$ が正三角形であるとする。 $w = \alpha$ かつ $\triangle ABC$ の重心が点 $\frac{w^2}{2}$ であるとき、 β と γ の値を求めよ。

3 媒介変数 t を用いて表された曲線

$$C: x = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}), y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$$

を考える。

- (問 1) 点 M の座標を $(0, 1)$ とする。曲線 C 上の点 P に対して、 MP を最小にする t の値 t_0 を求めよ。
- (問 2) (問 1) の t_0 に対する曲線 C 上の点を Q とする。 Q における C の接線を ℓ とするとき、曲線 C と接線 ℓ および x 軸で囲まれた部分 D の面積を求めよ。
- (問 3) (問 2) の D を y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4 次の問いに答えよ。

- (問 1) n を正の整数とするとき、定積分 $\int_0^{2\pi} |\sin nx - \sin 2nx| dx$ を求めよ。
- (問 2) c を正の数とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^c |\sin nx - \sin 2nx| dx$ を求めよ。