

# 数 学 ③

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

医学部(医学科)

問 題	ページ
① ~ ④ .....	1 ~ 2

## 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この冊子を開いてはいけません。
  2. 各解答紙に志望学部及び受験番号を必ず記入しなさい。  
なお、解答紙には、必要事項以外は記入してはいけません。
  3. 解答は、必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
  4. 試験開始後、この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば、手を挙げて監督者に知らせなさい。
  5. この冊子の白紙と余白部分は、適宜下書きに使用してもかまいません。
  6. 試験終了後、解答紙は持ち帰ってはいけません。
  7. 試験終了後、この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

**1** 座標平面上の曲線  $C_1: y = x^2 + 2ax - 2a + 1$  および  $C_2: y = x^3 + 1$  を考える。以下の問いに答えよ。

(問 1) 曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  の共有点がちょうど 2 個になるような実数  $a$  の値を求めよ。ただし、 $a \neq 0$  とする。

(問 2) (問 1) で求めた  $a$  に対し、曲線  $C_1$  と曲線  $C_2$  で囲まれた部分を  $x$  軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。

**2** 座標平面上の直線  $l$  を  $y = ax - a - 2$ 、直線  $m$  を  $y = bx + 3b$  とおく。直線  $l$  と直線  $m$  は互いに直交しながら座標平面上を動くとする。ただし、 $a, b$  は  $l$  と  $m$  の条件を保ちながら実数値をとって変化するものとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 直線  $l$  と直線  $m$  の交点  $P$  の軌跡を求めよ。

(問 2) 点  $A(1, -2)$ 、点  $B(-3, 0)$  に対して、線分  $AP$  および線分  $BP$  の長さを  $a$  を用いて表せ。

(問 3)  $\triangle APB$  の面積が最大となるときの  $a$  の値を求めよ。

**3** 座標平面上の曲線  $y = x \sin 3x + 3x^2$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) を  $C$  とする。曲線  $C$  の接線で原点を通るものを  $\ell$  とし、その接点の  $x$  座標を  $a$  とする。ただし、 $0 < a < \frac{\pi}{2}$  とする。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $a$  の値を求めよ。

(問 2) 曲線  $C$  と直線  $\ell$  の共有点の座標をすべて求めよ。

(問 3) 曲線  $C$  と直線  $\ell$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

**4** 赤球と白球の 2 色の球を用いて行うゲームがあり、手元にある球全体に対する赤球の比率が  $p$  であるとき、確率  $p^2$  でゲームに勝つものとする。 $n$  を 2 以上の整数とし、赤球、白球ともに  $n$  個入っている箱から  $n$  個の球を取り出してゲームを行った。以下の問いに答えよ。

(問 1)  $k$  を 0 以上  $n$  以下の整数とする。取り出した  $n$  個の球のうち赤球が  $k$  個となる確率は

$$\frac{({}_n C_k)^2}{{}_{2n} C_n}$$
 となることを示せ。

(問 2)  $k$  を 1 以上  $n$  以下の整数とする。取り出した  $n$  個の球のうち赤球が  $k$  個となり、さらに

$$\text{ゲームに勝つ確率は } \frac{n}{2(2n-1)} \cdot \frac{({}_{n-1} C_{k-1})^2}{{}_{2n-2} C_{n-1}}$$
 であることを示せ。

(問 3) ゲームに勝つ確率は  $\frac{n}{2(2n-1)}$  であることを示せ。