

令和 6 年度(前期日程)

入学者選抜学力検査問題

数 学 ②

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120 分

理学部, 医学部(保健学科放射線技術科学専攻, 検査技術科学専攻),

薬学部, 工学部, 情報融合学環(理系型)

問 題	ペー ジ
-----	------

1 ~ 4	1 ~ 2
-------------	-------

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開いてはいけません。
2. 各解答紙の 2 箇所受験番号を必ず記入しなさい。
なお, 解答紙には, 必要事項以外は記入してはいけません。
3. 解答は, 必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
4. 試験開始後, この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. この冊子の白紙と余白部分は, 適宜下書きに使用してもかまいません。
6. 試験終了後, 解答紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後, この冊子は持ち帰りなさい。

※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 e を自然対数の底とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 曲線 $y = e^x$ 上の点 (a, e^a) における接線の方程式を求めよ。

(問 2) (問 1) で求めた接線の傾きを p , y 切片を q とする。 q を p の式で表せ。

(問 3) (問 2) で求めた p の式を $f(p)$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(1, f(1))$ における接線 ℓ_1 および点 $(e, f(e))$ における接線 ℓ_2 の方程式を求めよ。

(問 4) (問 3) で求めた 2 本の接線 ℓ_1, ℓ_2 および曲線 $y = f(x)$ によって囲まれた部分の面積を求めよ。

2 平面上に点 O を中心とする半径 2 の円 D がある。円 D の周上に相異なる 3 点 A, B, C をとる。ただし、直線 AB, BC, CA は点 O を通らないとする。2 点 A, B における円 D のそれぞれの接線の交点を P とする。同様に、2 点 B, C における円 D のそれぞれの接線の交点を Q , 2 点 C, A における円 D のそれぞれの接線の交点を R とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(問 1) $\overrightarrow{OP} = \frac{4}{4 + \vec{a} \cdot \vec{b}}(\vec{a} + \vec{b})$ が成り立つことを示せ。

(問 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2\sqrt{3}$ のとき、線分 OP の長さを求めよ。

(問 3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = -2\sqrt{3}$ かつ $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2$ のとき、 $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

3 $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ とする。 $AB = 1$, $\angle BAC = 3\theta$ である $\triangle ABC$ について、辺 BC の中点を D とし

たとき、 $\angle BAD = 2\theta$ が成り立つとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) $AC = 2 \cos \theta$ であることを示せ。

(問 2) BC を $\cos \theta$ を用いて表せ。

(問 3) BC の最大値とそのときの θ の値を求めよ。

4 実数からなる数列 $\{a_n\}$ は $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3^{n-1} & (a_n < 1 \text{ のとき}) \\ \log_3 a_n & (a_n \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

を満たすとする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 2 以上の自然数 n に対して $a_n \geq 0$ であることを示せ。

(問 2) $a_4 + a_5 = 1$ のとき、 a_3, a_4, a_5 を求めよ。

(問 3) $a_4 + a_5 = 1$ のとき、 a_1 のとりうる値の範囲の最大値と最小値をそれぞれ M_1, m_1 とし、 a_2 のとりうる値の範囲の最大値と最小値をそれぞれ M_2, m_2 とする。このとき、 $m_1 + m_2 + \log_3 M_1 M_2$ の値を求めよ。