

令和5年度(前期日程)

入学者選抜学力検査問題

数 学 ②

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

理学部, 医学部(保健学科放射線技術科学専攻, 検査技術科学専攻), 薬学部, 工学部

問 題	ページ
① ~ ④	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお, 解答紙には, 必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は, 必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後, この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は, 適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後, 解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後, この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{8}, \quad (4n^2 - 1)(a_n - a_{n+1}) = 8(n^2 - 1)a_n a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。以下の問いに答えよ。

(問 1) a_2, a_3 を求めよ。

(問 2) $a_n \neq 0$ を示せ。

(問 3) $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$ を n の式で表せ。

(問 4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

2 n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを n 回投げて、出た目の数の積をとる。積が 12 となる確率を p_n とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) p_2, p_3 を求めよ。

(問 2) $n \geq 4$ のとき、 p_n を求めよ。

(問 3) $n \geq 4$ とする。出た目の数の積が n 回目にはじめて 12 となる確率を求めよ。

3 α, β を複素数とし、複素数平面上の 3 点 $O(0), A(\alpha), B(\beta)$ が三角形をなすとする。点 A を点 O を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を P 、点 O を点 B を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を Q 、点 B を点 A を中心として $\frac{\pi}{3}$ だけ回転した点を R とする。 $\triangle POA, \triangle QBO, \triangle RAB$ の重心をそれぞれ G, H, I とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 3 点 P, Q, R を表す複素数のそれぞれを α, β を用いて表せ。

(問 2) 3 点 G, H, I を表す複素数のそれぞれを α, β を用いて表せ。

(問 3) 3 点 G, H, I が三角形をなすとき、 $\triangle GHI$ が正三角形かどうか判定せよ。

4 t は正の実数とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) 関数 $f(x) = 2tx^2e^{-tx^2}$ の極値を求めよ。

(問 2) 定積分 $\int_1^{\sqrt{t}} 4tx(1-tx^2)e^{-tx^2} \log x dx$ の値を t を用いて表せ。

(問 3) (問 2) で求めた値を $g(t)$ とおく。 $1 < t < 4$ のとき、不等式

$$g(t) > (t^{\frac{5}{2}} - t^2 + 1)e^{-t^2} - e^{-t}$$

が成り立つことを示せ。