

数 学 ②

(数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲ・数学A・数学B)

試験時間 120分

理学部, 医学部(保健学科放射線技術科学専攻, 検査技術科学専攻), 薬学部, 工学部

問 題	ページ
□1 ~ □4	1 ~ 2

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, この冊子を開いてはいけません。
 2. 各解答紙の2箇所に受験番号を必ず記入しなさい。
なお, 解答紙には, 必要事項以外は記入してはいけません。
 3. 解答は, 必ず指定された解答紙に記入しなさい。また裏面は採点の対象としません。
 4. 試験開始後, この冊子又は解答紙に落丁・乱丁及び印刷の不鮮明な箇所などがあれば, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
 5. この冊子の白紙と余白部分は, 適宜下書きに使用してもかまいません。
 6. 試験終了後, 解答紙は持ち帰ってはいけません。
 7. 試験終了後, この冊子は持ち帰りなさい。
- ※この冊子の中に解答紙が挟み込んであります。

1 a を実数とし、座標空間の点 $P_1(a, 0, 0)$, $P_2(a+1, 0, 0)$, $Q(0, 1, 0)$, $R(0, 0, 3)$ を考える。 G_1, G_2 をそれぞれ $\triangle P_1QR, \triangle P_2QR$ の重心とする。以下の問いに答えよ。

(問 1) P_1, P_2 を通る直線と、 G_1, G_2 を通る直線は平行であることを示せ。

(問 2) 四角形 $P_1P_2G_2G_1$ の面積を求めよ。

(問 3) 四角形 $P_1P_2G_2G_1$ を底面とする四角錐 $Q-P_1P_2G_2G_1$ の体積を求めよ。

2 袋の中に赤玉 2 個と白玉 2 個の合計 4 個の玉が入っている。A と B の 2 人で次のルールに従ってゲームをする。

- A, B の順で繰り返しプレイヤーになる。
- プレイヤーは袋から玉を同時に 2 個取り出す。取り出した玉の色が同じならば、プレイヤーの勝利とする。取り出した玉の色が異なるならば、それらを袋に戻してよくかき混ぜ、プレイヤーを交替する。
- A が勝利するか、A が勝利せずに A の後に B がプレイヤーになり、B が勝利するか、B が勝利せずにプレイヤーを交替することによって 1 巡が終了する。
- 勝者が決まるとゲームは終了する。

以下の問いに答えよ。

(問 1) B が 1 巡目で勝者になる確率を求めよ。

(問 2) N を自然数とし、 N 巡目以内に B が勝者になる確率を p_N とする。 $p_N > 0.396$ となる N の最小値を求めよ。ただし、 $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$ とする。

(問 3) N を自然数とする。 N 巡目以内に勝者になる確率は、A と B のどちらが大きいのか。

3 x, y を実数とし, $f(p) = p^2 + xp + y$ とおく。このとき, 以下の問いに答えよ。

(問 1) p の 2 次方程式 $f(p) = 0$ が実数解を持つような点 (x, y) 全体の集合を D とおく。 D を xy 平面上に図示せよ。

(問 2) p の 2 次方程式 $f(p) = 0$ は実数解を持つとする。 $f(p) = 0$ の実数解がすべて 1 以下で, 少なくとも 1 つの実数解は 0 以上となるような点 (x, y) 全体の集合を E とおく。 E を xy 平面上に図示せよ。

(問 3) 点 (x, y) が (問 2) の集合 E 全体を動くとき, $x^2 + y^2 - 4y + 4$ の最小値を求めよ。

4 関数 $f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 \frac{\pi x}{2}}$ について, 以下の問いに答えよ。

(問 1) $f(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) の最小値と最大値を求めよ。

(問 2) $0 \leq x \leq 1$ において, $\sqrt{2}x \leq f(x) \leq \sqrt{2}$ となることを示せ。

(問 3) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = \int_0^1 \{f(x)\}^n dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ の値を求めよ。ただし, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n+1)}{n} = 0$ を用いてよい。