

主論文審査の要旨

本論文では、量子重力理論での拘束方程式の内、ガウス拘束とハミルトン拘束を満たす波動関数を記述するウィルソンループを拡張したスピネットワークについて考察している。また、分割された不連続な空間とその双対な空間における頂点、辺および面に $SU(2)$ の代数を持つテンソルを割り当てることで、フリーデル-クラスノフ-ミコビック(FKM)モデルの生成汎関数を図的に表現し、スピネットワークの期待値を摂動的に求めている。

本論文は次の5章から構成されている。

第1章では、まず4次元時空でのホルスト作用から得られるアインシュタイン方程式を、自己双対なローレンツ接続とそれに共役な量を用いて、拘束の方程式と時間発展の方程式に書き直している。そして、正準量子化をする際に波動関数が満たさなければならないガウス拘束、ベクトル拘束、ハミルトン拘束の方程式を与えている。

第2章では、空間での連続な経路に沿ったベクトルの変換を表すホロノミーについて解説し、その経路が閉曲線(ループ)であるウィルソンループを定式化している。その後、ウィルソンループが特殊な条件でガウス拘束とハミルトン拘束を満たす波動関数の解になっていることを説明している。また、ゲージ不変性を保ったままウィルソンループに分岐を加えたスピネットワークは対応する数式が図(グラフ)によって表現できることも例示している。

第3章では、まず空間の接続によるチャーン-サイモン理論の作用により、宇宙項を含んだ時空における拘束の方程式が導かれることを示している。次に、その理論におけるウィルソンループの真空期待値がフーリエ変換に相当する波動関数のループ表現に対応していることを示し、接続に対する外場(ソース、源)を含む項を作用に加えて作られた生成汎関数から、相互作用の寄与を外場の微分とみなす方法で期待値を導いている。それから、結合定数の2次の期待値を群因子と幾何因子に分割し、その期待値をそれぞれの因子に対応する閉じた図の組で表している。また、その幾何因子の寄与が付録Aで説明されている結び目不変量と関係があることも指摘している。上の方法はスピネットワークの真空期待値の計算法に拡張でき、1次までの摂動で数式と図を対応させて例示している。

第4章では、まずスピフォーム(泡)モデルを用いて、三角形分割された空間での四面体、三角面、辺に対してそれぞれ双対な点、辺、面を考えている。その分割によってBFモデルの分配関数に含まれる汎関数積分を辺や面ごとの積分や因子に分解し、それらを面と体積要素ごとのスピネットワークに書き換えて表している。接続に共役な場に対する外場を含む項をBF作用に付加したフリーデル-クラスノフ(FK)モデルでは、生成汎関数を双対な面を分割したウェッジごとのスピネットワークに書き換えて表している。更に、接続に対する外場を付加したFKMモデルでは、FKモデルのスピネットワークの頂点をつなぐ相互作用が現れ、頂点を結ぶ線の寄与を互いに結び付ける図で、その線に含まれる $SU(2)$ の生成元の縮約を表現している。またFKMモデルについて、新たな相互作用の表式も示している。

第5章では、前章までに行ったことをまとめ、更に複雑なグラフの場合でも同様な計算を機械的に実行することができることを示唆している。ただし、FKMモデルで他の物理量の期待値や別の相互作用を考慮するとき、上の相互作用の表式を修正すべきあることも指摘している。

以上のことから、本論文は重力の量子化について新しい知見を与えるものであり、博士(理学)の学位を授与するのに十分値すると判断された。

審査委員	理学専攻	物理科学講座	准教授	矢嶋 哲
審査委員	理学専攻	物理科学講座	教授	小出 眞路
審査委員	理学専攻	物理科学講座	教授	安仁屋 勝
審査委員	理学専攻	数理科学講座	教授	木村 弘信